

Osová súmernosť

- zrkadlenie
- to, čo je na aj na strane
- vodná hlad

zrkadlo, vodná hladina — os súmernosti

7

Určenie osovej súmernosti

- Osová súmernosť je určená priamkou – osou súmernosti o
- Osová súmernosť je zobrazenie, ktoré bodu A priradí bod A' tak, že

$$AA' \perp o \text{ a } |A', o| = |A, o|$$

8

Zobrazujeme bod A v osovej súmernosti

9

Zapisujeme: $O(o): A \rightarrow A'$
 Čítame: bod A' je obrazom bodu A v osovej súmernosti podľa osi o alebo v osovej súmernosti podľa osi o sa bod A zobrazí do bodu A'

10

Úloha

- Je daná os o a úsečka AB . Zobraz úsečku AB v osovej súmernosti podľa osi o . Čo platí o veľkosti $A'B'$?
- Zapišeme:
- $O(o): AB \rightarrow A'B'$

Veľkosť originálu a jeho obrazu sú rovnaké

$$|AB| = |A'B'|$$

11

Zistenie

Osová súmernosť je **zhodné zobrazenie**, pretože zachováva dĺžky úsečiek

$$|AB| = |A'B'|$$

12

Úloha

- Narysuj úsečku CD a priamku p , $C \in p$. Zobraz úsečku CD v osovej súmernosti podľa priamky p . Čo vieš povedať o obraze bodu C?
- Bod C a C' *splývajú* – prečo?
- Takéto body sa nazývajú *samodružné body zobrazenia*

samodružné body zobrazenia

13

Zistenie

Bod, ktorý sa zobrazí sám do seba nazývame *samodružný bod zobrazenia*
 Zapisujeme: $O(o): A \rightarrow A$ (A je samodružný)

Vlastnosti samodružných bodov osovej súmernosti:

- ležia na osi súmernosti
- je ich nekonečne veľa
- tvoria os súmernosti

14

Úloha

Je daná priamka o a ľubovoľný trojuholník ABC. Priamka o a $\triangle ABC$ nemajú spoločný žiaden bod. Zobraz $\triangle ABC$ v osovej súmernosti podľa priamky o .

15

Zistenie

Ak chceme zobraziť celý útvar, musíme po jednom zobrazovať jeho vrcholy.
 Nezabudni!
 Hneď ako vrchol (bod) preniesieš, označ ho príslušným písmenom. Inak sa ti môže stať, že v spleti čiar sa pomýliš

16

Úlohy

- Zobraz obdĺžnik ABCD podľa jeho uhlopriečky AC.
- Zobraz kružnicu $k(S; 4\text{cm})$ podľa jej sečnice
- Zobraz $\triangle CAT$ podľa výšky v_a
- Narysuj ľubovoľný päťuholník MATIK. Zobraz ho podľa
 - osi MK
 - osi XY, X - stred KM, Y - stred IT
 - osi o , ktorá s päťuholníkom nemá spoločný žiaden bod
 Pri všetkých úlohách označ samodružné body.
 Nezabudni na zápis

17

Zápis: $O(AC): ABCD \rightarrow A'B'C'D'$

Body A a C sú samodružné, pretože ležia na osi súmernosti

18

Zápis: $O(XY): k(S, 4\text{cm}) \rightarrow k'(S', 4\text{cm})$

Body X a Y sú samodružné, pretože ležia na osi súmernosti

19

Zápis: $O(v_a): CAT \rightarrow C'AT'$

Body A a P_a sú samodružné, pretože ležia na osi súmernosti

20

Zápis: $O(MK): MATIK \rightarrow MA'T'I'K'$

Body M a K sú samodružné, pretože ležia na osi súmernosti

21

Zápis: $O(XY): MATIK \rightarrow M'A'T'I'K'$

Body X a Y sú samodružné, pretože ležia na osi súmernosti

22

Zápis: $O(o): MATIK \rightarrow M'A'T'I'K'$

Samodružné body tento útvar nemá, pretože os súmernosti s päťuholníkom nemá spoločný bod

23

Osovo súmerné útvary

- Čo je zaujímavé na týchto obrázkoch?

24

Osovo súmerné útvary

- útvary, ktoré sa zobrazia samé do seba (dve zhodné polovice)
- vieme ich „preložiť“ na polovicu tak, že obe časti sú úplne rovnaké
- vieme u nich nájsť ich os súmernosti

25

Základné osovo súmerné útvary

úsečka

26

Základné osovo súmerné útvary

úsečka
rovnoramenný trojuholník

27

Základné osovo súmerné útvary

úsečka
rovnoramenný trojuholník
ravnostanný trojuholník

28

Základné osovo súmerné útvary

úsečka
rovnoramenný trojuholník
ravnostanný trojuholník
kružnica

Koľko je všetkých riešení?

29

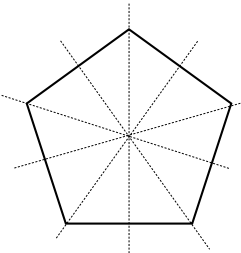
Základné osovo súmerné útvary

úsečka
rovnoramenný trojuholník
ravnostanný trojuholník
kružnica
obdĺžnik (štvorec)

Čo vieme povedať o štvorci?

Základné osovo súmerné útvary

- úsečka
- rovnoramenný trojuholník
- rovnostranný trojuholník
- kružnica
- obdĺžnik (štvorec)
- pravidelný päť-(n)-uholník



31

Základné osovo súmerné útvary






- úsečka
- rovnoramenný trojuholník
- rovnostranný trojuholník
- kružnica
- obdĺžnik (štvorec)
- pravidelný n-uholník

urči a zapamätaj si, koľko osí súmernosti majú tieto útvary

ktoré ďalšie osovo súmerné útvary poznáš?

32

Základné geometrické útvary v osovej súmernosti

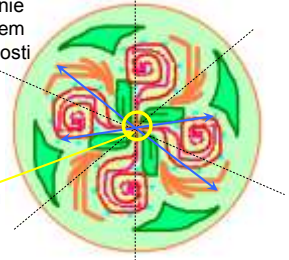
- bod 
- úsečka 
- trojuholník 
- kružnica 
- štvorec 

33

Je tento obrázok súmerný?

je súmerný, ale nie podľa osí – neviem nájsť os súmernosti

je súmerný podľa stredú



34

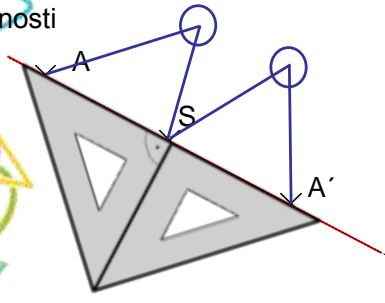
Určenie stredovej súmernosti

- Stredová súmernosť je určená bodom – stredom súmernosti S
- Stredová súmernosť je zobrazenie, ktoré bodu A priradí bod A' tak, že

$$S \in AA' \text{ a } |A'S| = |AS|$$

35

Zobrazujeme bod A v stredovej súmernosti



36

• **Zapíšujeme:** $S(S): A \rightarrow A'$
 • **Čítame:** Bod A' je obrazom bodu A v stredovej súmernosti podľa stred S alebo v stredovej súmernosti podľa stred S sa bod A zobrazí do bodu A'

37

Úloha

- Je daný bod S a úsečka AB . Zobrať úsečku AB v stredovej súmernosti podľa stred S . Čo platí o úsečkách AB a $A'B'$?
- **Zapišeme:** $S(S): AB \rightarrow A'B'$

Veľkosť originálu a jeho obrazu sú rovnaké
 $|AB| = |A'B'|$

Obraz úsečky je rovnobežný s jej vzorom
 $AB \parallel A'B'$

38

Zistenie

Stredová súmernosť je **zhodné zobrazenie**, pretože zachováva dĺžky úsečiek

$$|AB| = |A'B'|$$

Stredová súmernosť zachováva aj rovnobežnosť

$$AB \parallel A'B'$$

39

Úloha

- Narysuj úsečku CD . Zobrať túto úsečku v stredovej súmernosti podľa bodu C . Čo vieš povedať o obraze bodu C ?
- Bod C a C' **splývajú** – prečo?
- Ako sa nazýva tento bod?

40

Zistenie

Bod, ktorý sa zobrazí sám do seba nazývame **samodružný bod zobrazenia**

Zapíšujeme: $S(S): A \rightarrow A$
 (A je samodružný)

Stredová súmernosť má **jednu** samodružný bod – stred súmernosti

41


Úloha

Je daný bod S a ľubovoľný trojuholník ABC . Bod S leží mimo trojuholníka. Zobrať $\triangle ABC$ v stredovej súmernosti podľa bodu S .

42

Zistenie

Ak chceme zobraziť celý útvar, musíme po jednom zobrazovať jeho vrcholy.
 Nezabudni!
 Hneď ako vrchol (bod) preniesieš, označ ho príslušným písmenom. Inak sa ti môže stať, že v spleti čiar sa pomýliš




43

Úlohy

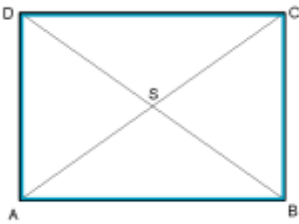
- 1) Zobraz obdĺžnik ABCD podľa stredy jeho uhlopriečok
- 2) Zobraz kružnicu $k(S; 4\text{cm})$ podľa ľubovoľného bodu bodu na kružnici
- 3) Zobraz ΔSYR podľa jeho ťažiska.
- 4) Narysuj ľubovoľný päťuholník MATIK. Zobraz ho podľa
 - a) bodu mimo päťuholníka
 - b) bodu T
 - c) priesečníka priamok AK a MI

Pri všetkých úlohách označ samodružné body.
 Nezabudni na zápis



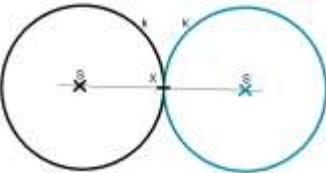
44

Zápis: $S(S): ABCD \rightarrow CDAB$



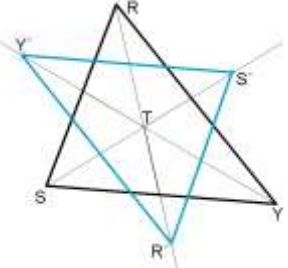
45

Zápis: $S(X): k(S, r) \rightarrow k'(S', r)$



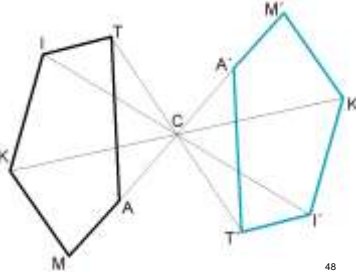
46

Zápis: $S(T): SYR \rightarrow S'Y'R'$



47

Zápis: $S(C): MATIK \rightarrow M'A'T'I'K'$



48

Zápis: $S(T): MATIK \rightarrow M'A'T'I'K'$

49

Zápis: $S(P): MATIK \rightarrow M'A'T'I'K'$

50

Stredovo súmerné útvary

- útvary, ktoré sa zobrazia samé do seba
- vieme u nich nájsť ich stred súmernosti
- z osovo súmerných základných útvarov vyber tie, ktoré sú aj stredovo súmerné

51

úsečka

Základné stredovo súmerné útvary

52

úsečka

kružnica

Základné stredovo súmerné útvary

53

úsečka

kružnica

štvorec (obdĺžnik)

Základné stredovo súmerné útvary

54

Základné stredovo súmerné útvary

úsečka
kružnica
štvorec (obdĺžnik)
šesťuholník

55

Základné stredovo súmerné útvary

úsečka
kružnica
štvorec (obdĺžnik)
šesťuholník

kde sa nachádza stred súmernosti týchto útvarov?

ktoré ďalšie stredovo súmerné útvary poznáš?

Je trojuholník (ľubovoľný, rovnoramenný, rovnostranný) stredovo súmerný? Prečo?

56

Základné geometrické útvary v stredovej súmernosti

- bod
- úsečka
- trojuholník
- kružnica
- štvorec

57

V nasledujúcej úlohe roztriedte písmená:

- len osovo súmerné
- len stredovo súmerné
- osovo aj stredovo súmerné
- nesúmerné

58

Abeceda

osovo súmerné

nesúmerné

stredovo súmerné

59

osovo súmernosti

kolmicou na úsečku

ľubovoľnou priamkou

Osová súmernosť je určená...

60

Pri zobrazovaní bodu v osovej súmernosti používam

- iba pravítko s ryskou
- pravítko s ryskou a kružidlo
- uhlomer a pravítko s ryskou

Šesťuholník je útvar ...

- stredovo a osovo súmerný
- nie je súmerný ani stredovo ani osovo
- stredovo súmerný
- osovo súmerný

Štvorec, obdĺžnik, trojuholník, kružnica

Stredovo súmerné útvary sú...

- rovnoramenný trojuholník, kružnica, úsečka
- kružnica, úsečka, pravidelný šesťuholník

Osovo súmerné útvary sú...

- obdĺžnik, rovnoramenný trojuholník, päťuholník
- obdĺžnik, rovnoramenný trojuholník, pravidelný šesťuholník
- kružnica, trojuholník, úsečka, päťuholník

Ak $O(o)$: $CD \rightarrow C'D'$, potom platí:

- $CD \parallel C'D'$
- $|CD| = |C'D'|$
- $CD \parallel C'D'$ a $|CD| = |C'D'|$

Ak $S(H)$: $\triangle FGH \rightarrow \triangle F'G'H'$, tak platí:

- bod H sa nezobrazuje
- bod H je samodružný bod je to osová súmernosť
- bod H je samodružný bod a je to stredová súmernosť

Zobrazím štvorec KRUH v osovej súmernosti podľa jeho uhlopriečky KU. Správny zápis tejto súmernosti je:

$O(o): KRUH \rightarrow K'R'U'H'$
 $O(o): KRUH \rightarrow K'R'U'H'$
 $S(KU): KRUH \rightarrow KR'UH'$

67

Osová súmernosť - zhrnutie

- Zápis: $O(o): A \rightarrow A'$
 $O(o): CD \rightarrow C'D'$
- zhodné zobrazenie $|AB| = |A'B'|$
- samodružné body ležia na osi súmernosti, je ich nekonečne veľa, ich obraz je zhodný s pôvodným bodom
- ak chcem zobraziť ľubovoľný rovinný útvar, musím zobraziť každý vrchol útvaru
- osovo súmerný útvar je ten, ktorému viem nájsť os súmernosti tak, že sa zobrazí sám do seba

68

Stredová súmernosť - zhrnutie

- Zápis: $S(S): A \rightarrow A'$
 $S(S): CD \rightarrow C'D'$
- zhodné zobrazenie $|AB| = |A'B'|$; $AB \parallel A'B'$
- samodružný bod je len jeden a to stred súmernosti
- ak chcem zobraziť ľubovoľný rovinný útvar, musím zobraziť každý vrchol útvaru
- stredovo súmerný útvar je ten, ktorému viem nájsť stred súmernosti tak, že sa zobrazí sám do seba

69

Všade okolo seba nájdeš veľa predmetov, ktoré sú súmerné.

Skús určiť os alebo stred súmernosti.

Veľa zdaru

70

